UMA DEMONSTRAÇÃO ALTERNATIVA DE UM RESULTADO DE HERMANN HEINEKEN SOBRE GRUPOS QUE SATISFAZEM A TERCEIRA CONDIÇÃO DE ENGEL

(Sérgio Brazil Júnior)

Resumo

Um grupo G é dito grupo Engel se para cada $x, y \in G$ existe $n \in \mathbb{N}$, n dependendo de x e y, tal que $[\underbrace{x, x, \dots, x}_{n\ vezes}, y] = 1$. Se n pode ser escolhido independente de x e y, dizemos que G é um grupo satisfazendo a n-ésima condição de Engel e o denotaremos por $\mathcal{E}_n$-grupo. Hermann Heineken , em 1961, mostra em seu artigo *Engelsche Elemente der Länge Drei*, além de muitos resultados relevantes sobre os $\mathcal{E}_3$-grupos , que se G é um grupo satisfazendo a terceira condição de Engel, então todo subgrupo gerado por dois elementos é metabeliano e nilpotente de classe no máximo 4. Este não é o principal resultado de Heineken sobre os $\mathcal{E}_3$-grupo, no entanto, nosso objetivo no presente trabalho é apresentar uma demonstração alternativa e bem mais simples desse resultado.

Abstract

A group G is considered an Engel's group if for each $x, y \in G$ exist $n \in \mathbb{N}$, n depending on the x e y , such as $[\underbrace{x, x, \dots, x}_{n\ times}, y] = 1$. If n can be chosen independent on the x and y, we say that G is a group satisfying the n^{th} condition of Engel and we will denote by $\mathcal{E}_n$-group. Hermann Heineken, in 1961, shows in his article *Engelsche Elemente der Länge Drei*, besides many relevant results about $\mathcal{E}_3$-groups, that if G is a group satisfying Engel's third condition, so all subgroup generated by two elements is metabelian and nilpotent of class at most 4. This is not the main result in Heineken's about the $\mathcal{E}_3$ -groups, nonetheless, our objective in the present work is to present an alternative and even simpler demonstration of this result.